

Tilburg University

Steekproefcontrole op ernstige en niet-ernstige fouten

Veenstra, R.H.; Kriens, J.

Publication date:
1983

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link to publication in Tilburg University Research Portal](#)

Citation for published version (APA):
Veenstra, R. H., & Kriens, J. (1983). *Steekproefcontrole op ernstige en niet-ernstige fouten*. (pp. 35). (FEW Ter Discussie). Faculteit der Economische Wetenschappen.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

CBM

R

7627

1983

23

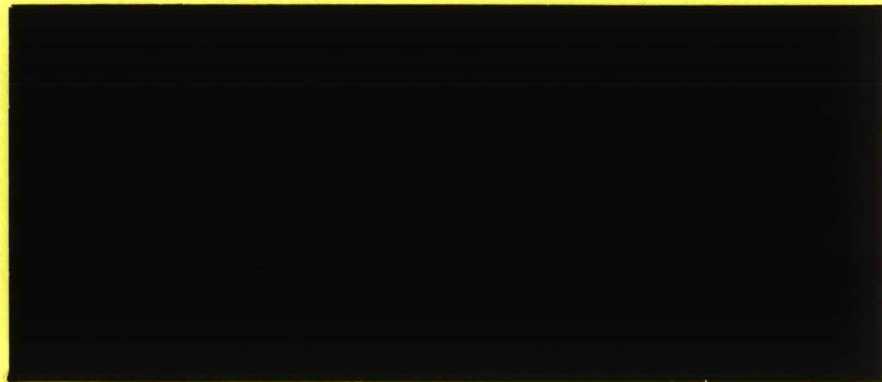
FEW

33-10-1983	DEB-10-1983	NT.
	KATHOLIEKE HOGESCHOOL TILBURG	

subfaculteit der econometrie



REEKS "TER DISCUSSIE"






**Katholieke
Hogeschool
Tilburg**

No. 83.23

juli 1983

Steekproefcontrole op ernstige en
niet-ernstige fouten.

R.H. Veenstra
J. Kriens

STEEKPROEFCONTROLE OP ERNSTIGE EN NIET-ERNSTIGE FOUTEN

Deel I: Voorwaardelijke betrouwbaarheidsintervallen

1. INLEIDING

In hun boek 'Steekproeven in de Accountantscontrole' (3) gaan Kriens en Dekkers onder meer in op een keuringsmethode die is uitgewerkt voor controles op zogenaamde ernstige fouten. Door het accountantskantoor waaraan zij zijn verbonden, respectievelijk als wiskundig adviseur en als vennoot, wordt dit steekproefstelsel sinds een aantal jaren op ruime schaal toegepast, naast diverse andere systemen. 1) Hoewel het stelsel in het algemeen tot tevredenheid werkt, werd de strikte beperking tot een onderzoek naar het al of niet voorkomen van 'ernstige fouten' in de te controleren populaties niet in alle gevallen geheel bevredigend geacht. Immers, indien er minimaal één ernstige fout in de steekproef is gevonden, blijft bij de toegepaste methode statistisch slechts de mogelijkheid over om af te keuren. Geen antwoord wordt gegeven op de vraag hoe ernstig de aangetroffen situatie is. Op de wijze waarop men deze vraag kan beantwoorden, wordt in het eerste deel van dit artikel ingegaan. Hiertoe wordt in § 2 een samenvatting gegeven van het steekproefstelsel 'controle op ernstige fouten'.

1) Naast diverse schattingsmethodieken wordt onder andere ook gebruik gemaakt van het zogenaamde AOQL-systeem. Dit laatste systeem wordt niet alleen toegepast in de controlepraktijk, maar is door de auteurs van dit artikel eveneens uitgewerkt ten behoeve van toepassingen door administratieve afdelingen. Voor een beschrijving wordt verwezen naar (5).

Ter voorbereiding van de daaropvolgende paragrafen wordt in § 3 een samenvatting gegeven van de methode van de betrouwbaarheidsintervallen. Daarna laten wij in § 4 zien op welke wijze een bovengrens van de fractie ernstige fouten kan worden berekend met behulp van de methode van de voorwaardelijke betrouwbaarheidsintervallen. In § 5 wordt besproken hoe groot de totale fractie onjuiste uitspraken is die men doet bij de gecombineerde methode: controle op ernstige fouten, zonodig aangevuld met het berekenen van een voorwaardelijke betrouwbaarheidsbovengrens. Paragraaf 6 bevat een puntsgewijs overzicht van de in de paragrafen 4 en 5 ontwikkelde methode, waarna een en ander in § 7 met een toepassing wordt geïllustreerd. Ten slotte bevat appendix I de formele bewijzen van de gegeven conclusies en appendix II een theoretisch voorbeeld.

Een tweede bezwaar van het steekproefstelsel 'controle op ernstige fouten' ligt in de keuze van de uitgangspunten, waardoor het stelsel beperkt is tot de controle op ernstige fouten. In deel II van dit artikel wordt ingegaan op de wijze waarop de controle op ernstige fouten doelmatig kan worden gecombineerd met controles op niet-ernstige fouten en met onderzoek met betrekking tot andere aspecten.

De in deel I besproken mogelijkheid om voorwaardelijke betrouwbaarheidsintervallen uit te rekenen, resulteert tezamen met de in deel II besproken mogelijkheden om de 'controle op ernstige fouten' op doelmatige wijze te combineren met andere steekproefmethoden, in een uitbreiding van de toepassingsmogelijkheden van de door Kriens en Dekkers beschreven steekproefcontrole op ernstige fouten. Daardoor kunnen ook uitspraken worden gedaan ten aanzien van de maximaal in de populatie voorkomende fractie

ernstige fouten, alsmede gekwantificeerde uitspraken ten aanzien van niet-ernstige fouten c.q. andere aspecten die voor een bepaald (deel)-onderzoek van belang zijn.

2. HET STEEKPROEFSYSTEEM 'CONTROLE OP ERNSTIGE FOUTEN'

Het door Kriens en Dekkers beschreven steekproefstelsel kan als volgt worden samengevat: 2)

- een 'ernstige fout' is een fout die naar het oordeel van de accountant consequenties heeft voor de inhoud dan wel voor de uitvoering van zijn werkprogramma. Op basis van deze algemene definitie zal de accountant voor iedere toepassing concreet moeten aangeven wat hij voor die desbetreffende toepassing als ernstige fout wenst te beschouwen. Kriens en Dekkers geven hiervan in hun boek een aantal voorbeelden;
- de beschreven methode 'controle op ernstige fouten' is een keuringsmethode om na te gaan of er ernstige fouten zijn gemaakt;
- uit de controletheoretische definiëring van 'ernstige fout', zoals hierboven weergegeven, volgt dat in de statistische procedure steeds wordt afgekeurd zodra er één fout in de steekproef is gevonden. Dit betekent dat:
 - a. de goedkeurgrens $k_0 = 0$, en dat
 - b. nooit ten onrechte wordt afgekeurd, zodat de kans om ten onrechte af te keuren gelijk is aan 0;

2) T.a.p. blz. 20/21 en 53 e.v.

- uit de definiëring van 'ernstige fout' volgt eveneens dat men in al die gevallen zou willen afkeuren waarin de populatie één of meer van deze fouten bevat. Deze strikte doelstelling kan alleen bereikt worden door volledige detailcontrole. Economische overwegingen leiden echter in de meeste gevallen tot aanvaarding van een zekere kans op ten onrechte goedkeuren. 3)

Bij aanvaarding van deze afzwakking van de strikte eis zal men stellen dat de kans geen enkele ernstige fout in de steekproef aan te treffen, klein is, wanneer de fractie ernstige fouten in de populatie gelijk is aan een bepaalde grens of deze te boven gaat. Preciezer gezegd: noemen wij de fractie ernstige fouten in de populatie p en de kans op ten onrechte goedkeuren β , dan eisen wij dat deze kans een waarde β_0 niet overtreft, wanneer de fractie ernstige fouten p_1 of meer bedraagt. Wordt het aantal fouten in de steekproef aangegeven met k 4), dan wordt alleen goedgekeurd bij $k = 0$ fouten in de steekproef. Zij verder n de omvang van de te nemen steekproef, dan kan de gestelde eis als volgt in formulevorm worden weergegeven:

$$(2.1) \quad P \left[\underline{k} = 0/n, p \right] \leq \beta_0 \quad \text{voor } p \geq p_1 .$$

Bij gekozen waarden p_1 en β_0 kan de vereiste steekproefomvang n direct worden afgeleid.

-
- 3) Dit is in de huidige tijd een algemeen aanvaard uitgangspunt, dat onder meer uitdrukkelijk naar voren wordt gebracht in hoofdstuk 3 van 'Accountantscontrole en steekproef', NIVRA-geschrift nr. 25, Amsterdam (1982).
- 4) Stochastische grootheden worden in dit artikel onderstreept.

Voor een nadere beschouwing over de betekenis van het op deze wijze controleren van populaties op ernstige fouten verwijzen wij naar: (1), § 4.

Vindt men bij een dergelijke, steekproefsgewijs uitgevoerde, controle geen ernstige fouten, dan wordt de desbetreffende populatie aanvaard. Vindt de accountant echter wel één of meer ernstige fouten, dan is de consequentie van het systeem, dat hij zijn werkprogramma opnieuw in overweging neemt en aanvullende maatregelen treft.

Indien er één of meer ernstige fouten in de steekproef zijn gevonden, wordt geen antwoord gegeven op de vraag wat deze uitkomst betekent voor de gehele populatie. In de volgende paragrafen zal worden aangetoond dat het statistisch mogelijk is op grond van de uitkomsten van de (volledig uitgevoerde) steekproef een bovengrens te berekenen van de fractie ernstige fouten in de gehele populatie. Hoewel het steekproefstelsel hiermee meer aan de praktischeisen tegemoet komt, maakt dit uiteraard verdere acties van de accountant c.q. de gecontroleerde niet overbodig, doch slechts beter 'inschatbaar'.

3. BETROUWBAARHEIDSINTERVALLEN

De methode van de betrouwbaarheidsintervallen kan worden gebruikt om op grond van steekproefresultaten onbekende grootheden te schatten. Betreft deze grootheid een onbekende fractie fouten ($= p$), dan gaat men na hoeveel fouten ($= k$) een steekproef van de omvang n bevat en schat vervolgens p door middel van het quotiënt $f = \frac{k}{n}$.

Omdat in werkelijkheid uiteraard ook waarden van p ongelijk aan f mogelijk zijn, beperkt men de schatting niet tot f , maar geeft men een ondergrens p_* op, waar p vermoedelijk boven ligt en een bovengrens p^* waar p vermoedelijk onder ligt. Het interval (p_*, p^*) is dan een betrouwbaarheidsinterval voor de onbekende fractie p . Men kan dan echter nog niet uitsluiten dat ook het opgegeven interval de werkelijke waarde van p niet bevat, maar het is wel mogelijk de grenzen p_* en p^* zodanig te berekenen, dat bij herhaalde toepassing van de methode de fractie uitspraken waarbij dit gebeurt een gekozen waarde α_0 niet te boven gaat.

Deze waarde α_0 is de onbetrouwbaarheidsdrempel van de methode. Bij sommige toepassingen is de werkelijke onbetrouwbaarheid α gelijk aan α_0 , bij andere toepassingen $< \alpha_0$ (zie ook het voorbeeld in appendix II). Voor een meer gedetailleerde beschrijving van de methode en formules/tabellen waarmee p_* en p^* berekend kunnen worden, verwijzen wij naar (3), hoofdstuk 16.

De beschreven methode van de betrouwbaarheidsintervallen gaat ervan uit dat deze wordt toegepast onafhankelijk van de nog te constateren uitkomst. Wordt van deze regel afgeweken, dan gaan de uitspraken niet zonder meer op. Dit wordt in de volgende paragrafen nader uitgewerkt.

4. VOORWAARDELIJKE BETROUWBAARHEIDSINTERVALLEN

Bij de in § 2 beschreven controle op ernstige fouten aanvaardt men een populatie, wanneer er in de steekproef geen enkele ernstige fout wordt

aangetroffen. Afgezien van informatie over andere aspecten dan 'ernstige fouten', bestaat alleen behoefte aan extra informatie in die gevallen, waarin het aantal in de steekproef gevonden fouten groter is dan 0. Men zal dan willen beschikken over een schatting van de fractie fouten in de gehele populatie, welke in principe kan worden verkregen door het berekenen van een betrouwbaarheidsinterval. Zo'n interval wordt derhalve uitsluitend berekend als $k > 0$ is; anders gezegd: onder de voorwaarde $k > 0$. Het zijn derhalve voorwaardelijk berekende betrouwbaarheidsintervallen, kortheids-halve 'voorwaardelijke betrouwbaarheidsintervallen'.

In de beschreven situatie gaat het erom vast te stellen hoe ernstig de aangetroffen situatie kan zijn; men is dus alleen geïnteresseerd in de bovengrens van het betrouwbaarheidsinterval. Het ligt dan ook voor de hand in die gevallen de controle op ernstige fouten aan te vullen met het voorwaardelijk berekenen van een betrouwbaarheidsbovengrens voor de fractie ernstige fouten.

Omdat men alleen intervallen berekent bij bepaalde steekproefuitkomsten en bij andere niet, wordt de onbetrouwbaarheid van de methode hierdoor beïnvloed. Nu doet zich een voor deze situatie gelukkige omstandigheid voor. Berekent men namelijk op de gebruikelijke wijze betrouwbaarheidsbovengrenzen uitsluitend indien het aantal fouten groter is dan 0, dan is de onbetrouwbaarheid van alle uitspraken kleiner dan de gekozen onbetrouwbaarheidsdrempel α_0 . Dat dit zo is, kan men intuïtief aanvoelen; immers de smallere intervallen die men vindt bij $k = 0$, worden weggelaten, waardoor de werkelijke waarde p vaker in het opgegeven interval zal liggen. Het formele bewijs van het bovenstaande is in appendix I opgenomen.

Conclusie 1

Wanneer men uitsluitend betrouwbaarheidsbovengrenzen uitrekent bij $k = 0$ fouten in de steekproef, dan is de onbetrouwbaarheid van de opgegeven intervallen altijd kleiner dan de gehanteerde onbetrouwbaarheidsdrempel.

Met nadruk moet worden gesteld dat een dergelijke conclusie niet geldt, wanneer men uitsluitend betrouwbaarheidsbovengrenzen zou uitrekenen voor $k = 0$ en derhalve niet voor $k = 1$. Overigens is het wel mogelijk ook dan zinnige uitspraken te doen; zie (2).

In de beschreven gecombineerde methode worden er met betrekking tot de aan steekproeven inherente risico's twee keuzen gedaan, te weten eerst ten aanzien van de maximaal toegestane kans op ten onrechte goedkeuren en later ten aanzien van de maximaal toegestane onbetrouwbaarheid. Men zou deze waarden, β_0 respectievelijk α_0 , verschillend kunnen kiezen. Dit lijkt echter inconsequent. Is bijvoorbeeld $\alpha_0 > \beta_0$, dan kan een bepaalde waarde van p wel binnen het interval bij 0 fouten in de steekproef liggen, terwijl men met een grotere kans β_0 tenminste één fout in de steekproef wil zien wanneer de populatie meer fouten bevat dan met deze waarde van p correspondeert. Het beste kunnen derhalve α_0 en β_0 gelijk aan elkaar worden gekozen.

Wij komen nog terug op de mate waarin de onbetrouwbaarheid wordt beïnvloed, wanneer uitsluitend bovengrenzen worden opgegeven bij bepaalde steekproefuitkomsten. In appendix II is een theoretisch voorbeeld opgenomen betreffende het berekenen van voorwaardelijke betrouwbaarheidsbovengrenzen voor de kans op munt op grond van de resultaten van 5 worpen met een zuivere munt. Er blijkt uit dat bij een gekozen onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha_0 = 0,05$, de

werkelijke onbetrouwbaarheid kan variëren van 0 tot 1, afhankelijk van de uitkomsten waarbij men bovengrenzen berekent. In dit licht bezien is het dan ook onzorgvuldig wanneer in het eerdergenoemde NIVRA-geschrift 'Accountantscontrole en steekproef' op blz. 51 zonder bewijsvoering gesteld wordt: 'Een schatting is nuttig in de zojuist beschreven situatie dat een toetsing tot een ongunstige uitkomst heeft geleid. De betrouwbaarheid van deze schatting is dan wat hoger dan uit de toepassing van tabel 3 in dit rapport op het eerste gezicht lijkt.'

5. DE TOTALE FRACTIE ONJUISTE UITSPRAKEN BIJ DE GECOMBINEERDE PROCEDURE

De gecombineerde procedure 'goedkeuren bij 0 fouten en betrouwbaarheidsbovengrenzen berekenen bij fouten in de steekproef' kan onjuiste conclusies opleveren doordat men hetzij ten onrechte goedkeurt ($k = 0$), hetzij een betrouwbaarheidsinterval opgeeft dat de werkelijke waarde van p niet bevat ($k > 0$). Hoe groot de kans op een onjuiste uitspraak is, hangt af van de waarde van p . In appendix I wordt uitgerekend hoe groot deze kans is, anders gezegd, welke fractie in een lange reeks van uitspraken onjuist zal zijn. Het resultaat is vastgelegd in conclusie 2.

Conclusie 2

De totale fractie onjuiste uitspraken is bij de beschreven procedure voor waarden van $p \geq p_1$ hoogstens gelijk aan α_0 en voor waarden van p , zodanig dat $0 < p \leq p_1$ gelijk aan $(1 - p)^n$, welke waarde gelijk is aan α_0 voor $p = p_1$ en nadert tot 1 voor p naderend tot 0; voor $p = 0$ is deze fractie uiteraard 1.

6. STAPSGEWIJZE BESCHRIJVING VAN DE PROCEDURE

1. Richt de controle in aan de hand van de regels, geldend voor een controle op ernstige fouten; hierbij worden onder andere de waarden van p_1 en β_0 vastgesteld.
2. Keur de populatie goed wanneer er in de steekproef geen fouten gevonden worden; de controle is dan afgelopen.
3. Bereken bij $k = 0$ een naar boven begremsd betrouwbaarheidsinterval voor de fractie ernstige fouten in de populatie, waarbij voor de onbetrouwbaarheidsdrempel α_0 de in punt 1 vastgestelde waarde van β_0 genomen wordt.
4. Bepaal mede op grond van de onder punt 3 gevonden resultaten, welke aanvullende controlemaatregelen vereist zijn. In principe kan de beschreven procedure zowel bij posten- als bij guldenssteekproeven worden toegepast. In de praktijk vinden de meeste toepassingen echter plaats bij guldenssteekproeven en daarom zullen wij ons in de rest van dit artikel daartoe beperken.

Uit de in punt 3 gevonden bovengrens voor de fractie ernstige fouten kan bij guldenssteekproeven rechtstreeks een bovengrens worden berekend voor het totale bedrag aan ernstige fouten dat vermoedelijk in de populatie aanwezig is. Daarbij dient men zich te realiseren dat het werkelijke risico, hier de werkelijke onbetrouwbaarheid, kleiner is dan de waarde α_0 op grond waarvan de bovengrens berekend is. Het is echter niet zonder meer mogelijk aan te geven hoeveel kleiner.

Voorwaarde voor de uitvoering van het systeem is dat de steekproef, ook na het vinden van fouten, wordt voortgezet totdat de steekproef volledig is uitgevoerd.

Tot slot van deze paragraaf vermelden wij voor enkele waarden van α_0 en k de bijbehorende waarden np^* waaruit de betrouwbaarheidsbovengrenzen p^* afgeleid kunnen worden (tabel 1). De tabel is gebaseerd op de Poissonbenadering van de binomiale verdeling, welke tot goede resultaten leidt wanneer n groot is en $\frac{k}{n}$ klein.

Tabel 1: Betrouwbaarheidsbovengrenzen np^* voor np , wanneer n groot is en $\frac{k}{n}$ klein.

α_0	0,01	0,05	0,10
k			
1	6,638	4,744	3,890
2	8,406	6,296	5,322
3	10,045	7,754	6,681
4	11,605	9,154	7,994
5	13,108	10,513	9,275

α_0 = onbetrouwbaarheidsdrempel

k = aantal gevonden steekproefguldens met (ernstige) fouten

n = steekproefomvang

p = werkelijke fractie guldens met (ernstige) fouten in de populatie

p^* = bovengrens van het betrouwbaarheidsinterval voor p

7. EEN TOEPASSING

Een accountant wil de inkopen van een bedrijf controleren op ernstige fouten met behulp van een guldenssteekproef. Het opgegeven bedrag aan inkopen is f 32.498.167,-. Wanneer de fractie guldens in de populatie waarbij ernstige fouten zijn gemaakt groter is dan 0,005, eist hij dat de kans hiervan in de steekproef niets te zien, hoogstens 0,05 bedraagt. Derhalve zijn $p_1 = 0,005$ en $\beta_0 = 0,05$; volgens tabel 2 is de vereiste steekproefomvang $n = 598$. Bij de controle van de facturen waarin de 598 guldens zijn aangewezen wordt één steekproefgulden gevonden, waarbij een ernstige fout is gemaakt. Er wordt derhalve afgekeurd en er dienen aanvullende controlemaatregelen te worden genomen.

Tabel 2: Minimaal vereiste omvang van de steekproef voor verschillende waarden van p_1 en β_0

$\beta_0 \backslash p_1$	0,05	0,02	0,01	0,005	0,001
0,05	59	77	90	104	135
0,02	149	194	228	263	342
0,01	299	390	459	528	688
0,005	598	781	919	1058	1379
0,001	2995	3911	4603	5296	6905

Voor het berekenen van de betrouwbaarheidsbovengrens van de fractie ernstige fouten in de populatie wordt het risico α_0 op een onjuiste uitspraak (= onbetrouwbaarheidsdrempel) bepaald op 0,05. Aan de hand van tabel 1 kan nu een bovengrens van het totale bedrag waarbij ernstige fouten zijn gemaakt, worden berekend. Daar er één ernstige fout is gevonden, geldt $k = 1$. Gecombineerd met $\alpha_0 = 0,05$ blijkt dan dat:

$$np^* = 4,744 ;$$

$$\text{dus is } p^* = \frac{4,744}{598} = 0,0079331.$$

Het percentage guldens waarbij ernstige fouten zijn gemaakt is derhalve kleiner dan één.

De schatting voor de bovengrens van het totale bedrag waarbij ernstige fouten zijn gemaakt, bedraagt:

$$0,0079331 \times f \ 32.498.167,- = f \ 257.811,-.$$

Bij de gemaakte onderstelling is de bovengrens $f \ 257.811,-$; vermoedelijk zal het werkelijke bedrag lager zijn.

APPENDIX I BEWIJZEN VAN DE CONCLUSIES 1 EN 2

Zij p_k^* de bovengrens van het betrouwbaarheidsinterval wanneer men, bij gegeven n en α_0 , k fouten in de steekproef vindt. Voor een bepaalde waarde p_0 (>0) van p geeft men een interval op, dat de werkelijke waarde van p niet bevat bij die steekproefuitkomsten k waarvoor geldt $p_0 > p_k^*$; stel dat dit de waarden $k = 1, \dots, l$ zijn. De fractie onjuiste uitspraken door middel van betrouwbaarheidsintervallen is dan:

$$(A.1) \quad \frac{\sum_{k=1}^l P\left[\underline{k} = k/n, p_0\right]}{1 - P\left[\underline{k} = 0/n, p_0\right]} .$$

Deze fractie is altijd $< \alpha_0$, zoals wij verderop zullen zien.

Bij gegeven $p_0 > p_1^*$ is de kans op een onjuiste uitspraak:

$$(A.2) \quad P\left[\underline{k} = 0/n, p_0\right] + \sum_{k=1}^l P\left[\underline{k} = k/n, p_0\right] = \sum_{k=0}^l P\left[\underline{k} = k/n, p_0\right] .$$

Bij ernstige fouten onderscheiden wij nu wegens $k_0 = 0$ de volgende twee gevallen:

a. $p_1^* < p_0 \leq 1$,

b. $0 < p_0 \leq p_1^*$.

a. Uit de definitie van p_1^* volgt:

$$(A.3) \quad \sum_{k=0}^l P\left[\underline{k} = k/n, p_1^*\right] = \alpha_0 .$$

Wanneer nu geldt $p_0 > p_1^*$, dan volgt uit (A.3):

$$(A.4) \quad \sum_{k=0}^l P\left[\underline{k} = k/n, p_0\right] < \alpha_0 .$$

Deze bewering is juist voor iedere $p_0 > p_1^*$.

b. In dit geval worden er nooit betrouwbaarheidsintervallen opgegeven waar p_0 niet in ligt. De kans op een onjuiste beslissing is dus:

$$(A.5) \quad P\left[\underline{k} = 0/n, p_0\right] = (1 - p_0)^n .$$

Door de keuze van n is deze kans gelijk aan $\alpha_0 = \beta_0$ voor $p_0 = p_1$ en α_0 voor $0 < p_0 < p_1$; deze laatste kans nadert tot 1 voor p_0 naderend tot 0.

Hiermee is conclusie 2 bewezen.

Uit (A.4) volgt verder voor $p_0 > p_1^*$:

$$(A.6) \quad \sum_{k=1}^1 P\left[\underline{k} = k/n, p_0\right] < \alpha_0 - P\left[\underline{k} = 0/n, p_0\right] .$$

Noemen wij nu:

$$(A.7) \quad P\left[\underline{k} = 0/n, p_0\right] = y ,$$

dan blijkt voor (A.1) te gelden:

$$(A.8) \quad \frac{\sum_{k=1}^1 P\left[\underline{k} = k/n, p_0\right]}{1 - P\left[\underline{k} = 0/n, p_0\right]} < \frac{\alpha_0 - y}{1 - y} .$$

Het verschil tussen α_0 en het rechter lid van (A.8) is positief, immers:

$$(A.9) \quad \alpha_0 - \frac{\alpha_0 - y}{1 - y} = \frac{y(1 - \alpha_0)}{1 - y} > 0 ,$$

waarmee de eerder gedane bewering dat (A.1) steeds $< \alpha_0$ is, is geverifieerd, dus ook conclusie 1.

De juistheid van de bewering die wij in § 3 van deel II zullen maken, blijkt, wanneer men in bovenstaande afleidingen p_1^* vervangt door $p_{k_0+1}^*$ en (A.1) door:

$$(A.10) \quad \frac{\sum_{k=k_0+1}^1 P\left[\underline{k} = k/n, p_0\right]}{1 - \sum_{k=0}^{k_0} P\left[\underline{k} = k/n, p_0\right]} .$$

In de laatste stap van het bewijs noemt men niet

$$P\left[\underline{k} = 0/n, p_0\right] = y \quad , \quad \text{maar}$$

$$\sum_{k=0}^{k_0} P\left[\underline{k} = k/n, p_0\right] = y \quad .$$

APPENDIX II EEN THEORETISCH VOORBEELD

Stel dat wij 5 worpen doen met een zuivere munt, dus:

$$P[M] = P[k] = 1/2.$$

Wanneer M bovenkomt, spreken wij van een succes. Het aantal successen geven wij aan met k; dit aantal kan dan de waarden 0 t/m 5 aannemen. De kansen hierop zijn voor een zuivere munt aangegeven in de tweede kolom van tabel A.1.

Voert men een experiment met een munt uit, dan kan men bij iedere 5 worpen voor de gevonden waarde van k een naar boven begrensd betrouwbaarheidsinterval berekenen voor de kans p op succes (= munt). Bij een onbetrouwbaarheidsdrempel van $\alpha_0 = 0,05$ vindt men deze in de derde kolom van de tabel. De bovengrenzen zijn berekend door na te gaan voor welke waarden van p de kans op k of minder successen groter is dan 0,05.

In de vierde kolom zijn de corresponderende naar beneden begrensde intervallen opgenomen. De ondergrenzen worden gevonden door te bepalen voor welke waarden van p de kans op k of meer successen groter is dan 0,05.

Tabel A.1: Kansen op k successen voor een zuivere munt en de naar boven c.q. naar beneden begrensde betrouwbaarheidsintervallen voor de kans op succes

k	kans op k successen in 5 worpen	naar boven be- grensd interval	naar beneden be- grensd interval
0	0,03125	0 - 0,45	0 - 1
1	0,15625	0 - 0,65	0,02 - 1
2	0,31250	0 - 0,81	0,08 - 1
3	0,31250	0 - 0,92	0,19 - 1
4	0,15625	0 - 0,98	0,35 - 1
5	0,03125	0 - 1	0,55 - 1

Verricht men het beschreven experiment een groot aantal keren en doet men steeds uitspraken in de vorm van betrouwbaarheidsintervallen, dan ligt blijkens de tabel de waarde $p = 1/2$ in ruim 3% van de uitspraken niet in het interval indien een bovengrens wordt berekend, namelijk bij $k = 0$. Berekent men een ondergrens, dan ligt de waarde $p = 1/2$ ook in ruim 3% van de uitspraken niet in het betrouwbaarheidsinterval, namelijk bij $k = 5$.

De onbetrouwbaarheid van de methode is in beide gevallen dus ruim 0,03. Dat een onbetrouwbaarheid van 0,05 niet precies wordt gehaald, komt doordat k uitsluitend gehele waarden kan aannemen.

Berekent men echter alleen betrouwbaarheidsintervallen bij bepaalde waarden van k , dan is het duidelijk dat de onbetrouwbaarheid van de methode hierdoor wordt beïnvloed. Past men de methode met een bovengrens alleen toe voor $k \geq 1$, dan wordt de onbetrouwbaarheid in het gegeven voorbeeld 0, omdat $p = 1/2$ altijd in het interval ligt, indien er een interval wordt opgegeven.

Berekent men in een ander geval alleen bij 0, 1 of 2 fouten betrouwbaarheidsbovengrenzen, dan bedraagt de werkelijke onbetrouwbaarheid van de opgegeven intervallen $\frac{0,03125}{0,5} = 0,0625$, dus meer dan $\alpha_0 = 0,05$.

Extreem is uiteraard het uitsluitend uitrekenen van betrouwbaarheidsbovengrenzen voor $k = 0$; de onbetrouwbaarheid van de opgegeven intervallen bedraagt dan 1, omdat $p = 1/2$ er nooit in ligt.

Voor betrouwbaarheidsondergrenzen kunnen vergelijkbare voorbeelden worden gegeven.

Deel II: Combineren van steekproefmethode 'controle op ernstige fouten'
met controle op niet-ernstige fouten en overige kenmerken

1. INLEIDING

In het eerste deel van dit artikel is besproken hoe aan het bezwaar tegemoet kan worden gekomen, dat de door Kriens en Dekkers beschreven steekproefcontrole op ernstige fouten (3), geen antwoord geeft op de vraag hoe ernstig de situatie is indien er één of meer ernstige fout(en) in de steekproef is (zijn) gevonden. Deze vraag blijkt te kunnen worden beantwoord met de zogenaamde methode van de voorwaardelijke betrouwbaarheidsintervallen. Voor de bespreking van deze methode, alsmede voor een samenvatting van het steekproefstelsel 'controle op ernstige fouten', wordt verwezen naar deel I van dit artikel.

In dit tweede deel van het artikel wordt ingegaan op de wijze waarop de controle op ernstige fouten doelmatig kan worden gecombineerd met controles op niet-ernstige fouten en met onderzoek naar andere aspecten. Deze combinatiemogelijkheid is voor de praktijk van belang, omdat de doelstelling van detailcontroles, in het kader waarvan de accountant steekproeven als alternatief voor volledige controles toepast, in het algemeen niet beperkt is tot het vaststellen van het al of niet voorkomen van ernstige fouten in de te onderzoeken populatie.

Om een duidelijk overzicht te geven van de mogelijkheden wordt in § 2 ingegaan op de mogelijke doelstellingen van detailcontroles. In § 3 wordt een generalisatie van de in deel I besproken methode van de voorwaardelijke betrouwbaarheidsintervallen gegeven. In § 4 wordt besproken hoe de 'controle op ernstige fouten' doelmatig met andere controles kan worden gecombineerd. In § 5 volgt ten slotte een toepassing van een gecombineerde controle op ernstige fouten, niet-ernstige fouten en onderzoek naar overige kenmerken.

-2. DOELSTELLINGEN VAN DETAILCONTROLES

Daar steekproefmethoden in het bijzonder van belang zijn als alternatief voor volledige detailcontroles, beperkt deze paragraaf zich tot de mogelijke doelstellingen van detailcontroles, en worden andere controle-middelen niet in beschouwing genomen. Voor algemene beschouwingen wordt verwezen naar de literatuur, in het bijzonder naar NIVRA-geschrift nummer 25 'Accountantscontrole en steekproef' (4) en het boek van Kriens en Dekkers (3).

Een ernstige fout is een fout die naar het oordeel van de accountant consequenties heeft voor de inhoud dan wel voor de uitvoering van zijn werkprogramma (zie deel I, § 2). De accountant zal per toepassing concreet moeten aangeven wat hij voor die toepassing als 'ernstige fout' beschouwt. In het algemeen zal de accountant een bepaald (deel)onderzoek niet beperken tot 'ernstige fouten', maar zal het (deel)onderzoek een meer uitgebreide doelstelling hebben. Te denken valt hierbij aan aspecten die betrekking hebben op de toetsing van de werking van de administratieve organisatie en tekortkomingen ten aanzien van de te verifiëren gegevensverzamelingen

(mutatiereeksen en standen), die niet als 'ernstige fout' zijn aan te merken. Een detailcontrole zal zich in het algemeen richten op het constateren van het al of niet aanwezig zijn van diverse fouten, tekortkomingen en kenmerken, dan wel op de mate waarin deze aanwezig zijn in een bepaalde populatie.

In het algemeen zal de doelstelling zich dan ook gelijktijdig uitstrekken over de volgende gebieden:

1. Verificatie van mutatiereeksen en/of standen

1.1 Ernstige fouten

(Voorbeelden:

- a. bij controle van inkoopfacturen: tegenwaarde is niet ontvangen, hetgeen in eerste instantie gesignaleerd kan worden door het ontbreken van de factuur, van de goederenontvangstmelding e.d.;
- b. bij debiteurencontrole: post is ten onrechte opgevoerd;
- c. bij salariscontrole en kostencontrole: tegenprestatie is niet verkregen.)

1.2 Niet-ernstige fouten

Dat wil zeggen: tekortkomingen die geen consequenties hebben voor de inhoud dan wel voor de uitvoering van het werkprogramma van de accountant, doch die wel een rol spelen in de uiteindelijke oordeelsvorming van de accountant over de te controleren verantwoording, en eveneens wel aanleiding kunnen geven tot rapportering van die fouten aan de gecontroleerde en mogelijk ook tot correctie van de verantwoording.

(Voorbeelden:

- a. bij controle van inkoopfacturen: inkoopbedragen en goederenontvangsten zijn niet op de juiste rekeningen geboekt;
- b. bij debiteurencontrole: rubricering onjuist ten aanzien van soort debiteuren, ouderdom e.d.;
- c. bij salariscontrole en kostencontrole: bij boekingen is onjuiste rubricering gebruikt.)

2. Toetsing van de werking van de administratieve organisatie

Uitgaande van een bepaalde opzet van de administratieve organisatie, is het doelmatig en gebruikelijk om - voor zover dit controletechnisch mogelijk is - in het kader van de verificatiewerkzaamheden tevens vast te stellen of de administratieve organisatie gedurende de te controleren periode zo heeft gewerkt als verwacht mocht worden. De accountant zal in het algemeen een indicatie willen hebben omtrent de omvang waarin de in de steekproef geconstateerde tekortkomingen in de gehele gecontroleerde populatie voorkomen. Voor de hier bedoelde tekortkomingen geldt in het algemeen mutatis mutandis hetzelfde als in 1.2 is gezegd over 'niet-ernstige' fouten. Mocht de accountant van mening zijn dat bepaalde tekortkomingen als ernstige fouten moeten worden beschouwd, dan staat het hem vrij om in de desbetreffende toepassingen deze gebreken in de werking van de administratieve organisatie te beschouwen als ernstige fouten conform 1.1.

(Voorbeelden van 'niet-ernstige' tekortkomingen in de werking van de administratieve organisatie:

- a. bij controle van inkoopfacturen: al of niet naleving van interne controleprocedures ten aanzien van bestelling, ontvangst, hoeveelheids- en kwaliteitscontrole, prijscontrole, narekenen, codering, boeking, betaling blijkt niet uit paraferingen;
- b. bij debiteurencontrole: instructies ten aanzien van aanmaning, incasso, kredietlimieten e.d. zijn niet nageleefd;
- c. bij salariscontrole en kostencontrole: de autorisatieregelingen ten aanzien van aannemen, ontslaan, loonvaststelling, overuren e.d. respectievelijk ten aanzien van bepaalde aanschaffingen en investeringen, zijn niet nageleefd.)

3. Overige kenmerken

Er doen zich in de praktijk - in afwijking van hetgeen normaliter als ideaal wordt gezien - situaties voor, er/waarin onvoldoende inzicht in de samenstelling van een populatie is, bijvoorbeeld om tot een nauwkeurige schatting te komen in verband met de waardering van balansposten, inschatten van risico's e.d., maar ook voor de cliënt zelf ten behoeve van bepaalde te nemen beslissingen.

In § 4 zal blijken dat controle van bovengenoemde aspecten doelmatig en statistisch verantwoord, gecombineerd kan worden met de steekproefmethode 'controle op ernstige fouten' door middel van één geïntegreerde steekproef.

3. GENERALISATIE VAN DE METHODE VAN DE VOORWAARDELIJKE

BETROUWBAARHEIDSINTERVALLEN

In deel I is het berekenen van voorwaardelijke betrouwbaarheidsbovengrenzen toegespitst op controles op ernstige fouten, waarbij afgekeurd wordt zodra er één of meer ernstige fouten in de steekproef gevonden worden. Bij controles op niet-ernstige fouten is het denkbaar dat een steekproefstelsel wordt toegepast, waarbij men goedkeurt wanneer het aantal fouten in de steekproef hoogstens gelijk is aan een gekozen goedkeurgrens k_0 (> 0) en eerst dan afkeurt, wanneer dit aantal groter is dan k_0 . Berekent men in die situaties betrouwbaarheidsbovengrenzen, dus bij $k > k_0$, dan kan aangetoond worden dat de in de paragrafen 4 en 5 van deel I getrokken conclusies geldig blijven. De bewijzen verlopen analoog; zie appendix I bij deel I.

4. HET COMBINEREN VAN DE STEEKPROEFMETHODE 'CONTROLE OP ERNSTIGE FOUTEN' MET ANDERE STEEKPROEFCONTROLES TOT 'CONTROLE OP ERNSTIGE EN NIET-ERNSTIGE FOUTEN'

Het is statistisch verantwoord om één steekproef te gebruiken om verschillende aspecten van een populatie te onderzoeken. Indien dit gewenst wordt, is het mogelijk om ten aanzien van sommige aspecten te toetsen en ten aanzien van andere aspecten te schatten. De gekozen onbetrouwbaarheidsdrempels respectievelijk kansen op ten onrechte goedkeuren hebben dan betrekking op iedere uitspraak afzonderlijk. Alle uitspraken die gelden bij afzonderlijke toepassing van een bepaalde toetsings- of schattings-

methode gaan in deze zin onverkort op bij gecombineerde toepassing. Tot zover is de accountant derhalve vrij om een zodanige combinatie van steekproefcontroles te kiezen, dat deze voor zijn (deel)onderzoek het meest doelmatig is.

Zoals in § 4 van deel I is geconcludeerd is het mogelijk om bij toepassing van de steekproefmethode 'controle op ernstige fouten' zinvol gebruik te maken van de zogenaamde methode van voorwaardelijke betrouwbaarheidsintervallen. Immers, gebleken is dat de onbetrouwbaarheid van de opgegeven intervallen altijd kleiner is dan de gehanteerde onbetrouwbaarheidsdrempel, indien men uitsluitend betrouwbaarheidsbovengrenzen uitrekent bij $k > 0$ fouten in de steekproef. In § 3 is besproken dat deze conclusie eveneens opgaat indien men een steekproefstelsel voor niet-ernstige fouten toepast, waarbij men goedkeurt wanneer het aantal fouten in de steekproef hoogstens gelijk is aan k_0 (> 0) en eerst dan afkeurt, wanneer dit aantal groter is dan k_0 .

Op grond van bovenstaande uitgangspunten en de in § 2 besproken mogelijke doelstellingen van een steekproefsgewijze uit te voeren detailcontrole komen wij tot de volgende opzet van een steekproefcontrole op ernstige en niet-ernstige fouten:

A. Ernstige fouten (zie § 2, foutencategorie 1.1)

- A.a Ontwerp van een steekproef conform de door Kriens en Dekkers beschreven en in § 2 van deel I samengevatte werkwijze. De accountant definieert concreet voor zijn toepassing wat hij onder ernstige fout verstaat. Voorts kiest de accountant waarden voor p_1 en β_0 , waarna hij de steekproefomvang n afleest uit tabel 2 (zie deel I).
- A.b Worden in de steekproef geen fouten aangetroffen ($k = 0$), dan keurt hij goed. Worden in de steekproef één of meer ernstige fouten aangetroffen ($k \geq 1$), dan wordt een betrouwbaarheidsbovendgrens voor de fractie ernstige fouten in de populatie uitgerekend volgens de in deel I besproken werkwijze.

B. Niet-ernstige fouten en overige kenmerken

(zie § 2, foutencategorieën 1.2 en 2, alsmede categorie 3)

Uitgaande van dezelfde, volgens A aangewezen elementen in de steekproef, komen voor toepassing van nader te definiëren niet-ernstige fouten en overige kenmerken de volgende mogelijkheden in aanmerking:

- B.a Een steekproefstelsel volgens de methode van de betrouwbaarheidsintervallen, maar dan toe te passen onafhankelijk van de nog te constateren uitkomst. In dit geval ontwerpt men derhalve een schattingsmethode zonder meer voor bepaalde vooraf te definiëren fouten, tekortkomingen en/of andere kenmerken in de te onderzoeken populatie. Hierbij dient een waarde van de onbetrouwbaarheidsdrempel α_0 gekozen te worden; deze hoeft niet gelijk te zijn aan de onder A.a gekozen waarde β_0 . Alleen de aanwijzing van de te controleren elementen in de populatie is gemeenschappelijk met die voor het onderzoek op ernstige fouten (ad A).

B.b Een steekproefstelsysteem analoog aan dat voor ernstige fouten, waarbij men goedkeurt wanneer het aantal fouten in de steekproef hoogstens gelijk is aan een gekozen goedkeurgrens $k_0 > 0$. De grootte van k_0 kan men bepalen door ook voor deze fouten waarden voor p_1 en β_0 te kiezen en vervolgens voor k_0 de grootst mogelijke waarde van k te nemen waarvoor nog geldt:

$$(4.1) \quad P[\underline{k} \leq k | n, p_1] \leq \beta_0 .$$

In deze formule ligt n reeds vast door de onder A.a gedane keuzen. De hier te hanteren waarden van p_1 en β_0 zullen in het algemeen groter zijn dan die gebruikt in A.a. Ten slotte kan in die gevallen waarin $k > k_0$ is, ook hier een betrouwbaarheidsbovendgrens berekend worden analoog aan A.b (zie § 3).

De controlewerkzaamheden in het kader van A, B.a en B.b zullen veelal geheel of gedeeltelijk gecombineerd worden uitgevoerd, omdat slechts één steekproef wordt getrokken en dezelfde elementen in de controle zijn betrokken. De evaluaties van de in de categorieën A, B.a en B.b behorende uitkomsten zullen echter ieder hun eigen, daartoe ontworpen, weg volgen.

Door binnen één steekproefstelsysteem verschillende, in beginsel alle nuances van de accountantscontrole toelatende, doelstellingen van controlewerkzaamheden mogelijk te maken, menen wij dat de toepassing van wiskundige steekproeven in de accountantspraktijk aanmerkelijk vereenvoudigd wordt. Het door ons in bovenstaande zin tot 'controle op ernstige en niet-ernstige fouten' uitgebreide steekproefstelsysteem laat ten volle ruimte aan de gevarieerde behoeften van de controlepraktijk.

Dit steekproefstelsysteem is immers bruikbaar voor iedere combinatie van accountantscontrole op ernstige fouten, minder ernstige fouten en andere tekortkomingen respectievelijk onderzoek naar andere aspecten van gegevensverzamelingen. De accountant is derhalve, zowel naar hun aard als naar hun aantal, geheel vrij in het definiëren van die fouten en aspecten die hij als deskundige voor het (deel)onderzoek van belang acht.

5. EEN TOEPASSING

Een accountant controleert de inkopen van een bedrijf met behulp van een guldenssteekproef. De te controleren inkopen bedragen in totaal f 23.282.491,-. De accountant hanteert de volgende steekproefmethode:

- A.a Ernstige fouten: $\beta_0 = 0,05$, $p_1 = 0,01$. De hieruit resulterende steekproefomvang bedraagt $n = 299$ (zie deel I, tabel 2). De goedkeurgrens is $k_0 = 0$.
- A.b Indien één of meer fouten zullen worden aangetroffen volgt berekening van een eenzijdig naar boven begrensd betrouwbaarheidsinterval (zg. voorwaardelijk betrouwbaarheidsinterval) waarbij $\alpha_0 = \beta_0 = 0,05$ gekozen wordt.
- B.a Schatting van het voorkomen van bepaalde kenmerken, stel kenmerk K1 en kenmerk K2. Uit A.a volgt $n = 299$; gekozen wordt de onbetrouwbaarheidsgrens $\alpha_0 = 0,05$. Voor een beknopte beschrijving van de methode wordt verwezen naar deel I, § 3, en voor een meer gedetailleerde bespreking naar: (5), hoofdstuk 16. Dit voorbeeld is gekozen ter illustratie van de werkwijze; uiteraard is dit onderdeel van het steekproefstelsysteem in een bepaald geval uit te breiden voor alle niet-ernstige fouten en kenmerken waarvoor een schattingsmethode doelmatig is te gebruiken. In deze gevallen wordt, anders dan in geval A.b, een tweezijdig betrouwbaarheidsinterval berekend.

B.b Voor de foutsoorten F1 en F2 (niet-ernstige fouten) wordt een keuringssysteem toegepast. Ook nu is uiteraard $n = 299$. Echter, de keuze van β_0 en p_1 kan afwijken van die in A.a.

Stel dat wij voor de foutsoort F1 kiezen $\beta_0 = 0,05$ en $p_1 = 0,03$ en voor foutsoort F2 de waarden $\beta_0 = 0,05$ en $p_1 = 0,02$.

Toepassing van de berekening beschreven bij formule (4.1) leidt dan (bijvoorbeeld met behulp van de Poissonbenadering van de binomiale verdeling) tot de goedkeurgrenzen $k_0 = 3$ respectievelijk $k_0 = 1$.

De uitkomsten van de (volledig uitgevoerde) steekproefcontrole zijn als volgt:

- A. Ernstige fouten: 2 guldens.
- B.a Inkopen met kenmerk K1: 19 guldens.
Inkopen met kenmerk K2: 2 guldens.
- B.b Niet-ernstige fouten soort F1: 5 guldens.
Niet-ernstige fouten soort F2: 1 gulden.

Over het voorkomen van de fouten en kenmerken in de onderzochte populatie kunnen nu de volgende uitspraken worden gedaan:

- A. Daar er twee ernstige fouten zijn geconstateerd, wordt afgekeurd en worden aanvullende controlemaatregelen genomen. Om de mogelijke ernst van de situatie juist in te kunnen schatten, wordt een schatting gemaakt van de bovengrens van het totale bedrag aan ernstige fouten.

Uit tabel 1 (deel I) volgt bij $\alpha_0 = 0,05$ en $k = 2$:

$np^* = 6,296$; dus is

$p^* = \frac{6,296}{299} = 0,0210569$; het percentage is derhalve ruim 2%.

De schatting van de bovengrens van het totale bedrag waarbij ernstige fouten zijn gemaakt, bedraagt:

$$0,0210569 \times f \ 23.282.491,- = f \ 490.257,-.$$

Het werkelijke bedrag aan ernstige fouten zal vermoedelijk lager zijn dan $f \ 490.257,-$.

B.a De betrouwbaarheidsgrenzen kunnen worden afgeleid uit tabel 3, waarin voor een aantal waarden van α_0 en k de bijbehorende waarden np_* en np^* zijn vermeld. Hiermee kunnen de betrouwbaarheidsondergrens p_* en de betrouwbaarheidsbovengrens p^* worden berekend. Deze tabel is gebaseerd op de Poissonbenadering van de binomiale verdeling, welke tot goede resultaten leidt wanneer n groot is en $\frac{k}{n}$ klein.

Uit tabel 3 blijkt dat bij $k = 19$ en $\alpha_0 = 0,05$:

$$np_* = 11,439 \text{ , dus } p_* = \frac{11,439}{299} = 0,0382575$$

$$np^* = 29,671 \text{ , dus } p^* = \frac{29,671}{299} = 0,0992341 \text{ .}$$

Het totaal van de inkopen met kenmerk K1 ligt derhalve tussen:

$$\text{ondergrens } 0,0382575 \times f \ 23.282.491,- = f \ 890.730,-$$

$$\text{bovengrens } 0,0992341 \times f \ 23.282.491,- = f \ 2.310.417,-.$$

Tabel 3: Betrouwbaarheidsondergrens np_* en -bovengrens np^* voor np ,
wanneer n groot is en $\frac{k}{n}$ klein.

α_0 k	0,01		0,02		0,05		0,10	
	np_*	np^*	np_*	np^*	np_*	np^*	np_*	np^*
0	0	5.298	0	4,605	0	3,689	0	3,000
1	0,0050	7,430	0,0101	6,638	0,0253	5,572	0,0513	4,744
2	0,103	9,274	0,149	8,406	0,242	7,225	0,355	6,296
3	0,338	10,977	0,436	10,045	0,619	8,767	0,818	7,754
4	0,672	12,594	0,823	11,605	1,090	10,242	1,366	9,154
5	1,078	14,150	1,279	13,108	1,623	11,668	1,970	10,513
6	1,537	15,660	1,785	14,571	2,202	13,059	2,613	11,842
7	2,037	17,134	2,330	16,000	2,814	14,423	3,285	13,148
8	2,571	18,578	2,906	17,403	3,454	15,763	3,981	14,435
9	3,132	19,998	3,507	18,783	4,115	17,085	4,695	15,705
10	3,717	21,398	4,130	20,145	4,795	18,390	5,425	16,962
11	4,321	22,779	4,771	21,490	5,491	19,682	6,169	18,208
12	4,943	24,145	5,428	22,821	6,201	20,962	6,924	19,443
13	5,580	25,497	6,099	24,139	6,922	22,230	7,690	20,669
14	6,231	26,836	6,782	25,446	7,654	23,490	8,464	21,886
15	6,893	28,164	7,477	26,743	8,395	24,740	9,246	23,097
16	7,567	29,482	8,181	28,030	9,145	25,983	10,036	24,301
17	8,251	30,791	8,895	29,310	9,903	27,219	10,832	25,499
18	8,943	32,091	9,616	30,581	10,668	28,448	11,634	26,692
19	9,644	33,383	10,346	31,845	11,439	29,671	12,442	27,879
20	10,353	34,668	11,082	33,103	12,217	30,888	13,255	29,062

α_0 = tweezijdige onbetrouwbaarheidsdrempel

k = aantal gevonden steekproefguldens met (niet-ernstige) fouten of
gezochte kenmerk

n = steekproefomvang

p = werkelijke fractie guldens in de populatie met (niet-ernstige) fouten
of gezochte kenmerk

p_* = ondergrens van het betrouwbaarheidsinterval voor p

p^* = bovengrens van het betrouwbaarheidsinterval voor p

N.B.: Bij enkele waarden is een extra decimaal opgenomen, omdat anders de
onnauwkeurigheid te groot wordt.

Uit tabel 3 blijkt dat bij $k = 2$ en $\alpha_0 = 0,05$:

$$np_* = 0,242 \text{ , dus } p_* = \frac{0,242}{299} = 0,0008094$$

$$np^* = 7,225 \text{ , dus } p^* = \frac{7,225}{299} = 0,0241639 \text{ .}$$

Het totaal van de inkopen met kenmerk K2 ligt derhalve tussen:

$$\text{ondergrens } 0,0008094 \times f \text{ 23.282.491,-} = f \text{ 18.845,-}$$

$$\text{bovengrens } 0,0241639 \times f \text{ 23.282.491,-} = f \text{ 562.596,-.}$$

B.b Er zijn 5 steekproefguldens met de niet-ernstige fout F1 gevonden.

Aangezien de goedkeurgrens $k_0 = 3$ is, wordt de nulhypothese

$p \leq 0,03$ verworpen.

Analoog aan de berekening van de voorwaardelijke betrouwbaarheids-

bovengrens bij de controle op ernstige fouten, maken wij nu een

schatting van de bovengrens van het totale bedrag aan inkopen waarbij

de fout F1 is gemaakt. De berekening is gemaakt:

Uit tabel 1 (deel I) volgt bij $\alpha_0 = 0,05$ en $k = 5$:

$$np^* = 10,513 \text{ , dus } p^* = \frac{10,513}{299} = 0,0351605 \text{ .}$$

De schatting van de bovengrens van het totale bedrag met

$$\text{foutsoort F1 is dan } 0,0351605 \times f \text{ 23.282.491,-} = f \text{ 818.624,-}$$

Het werkelijke bedrag aan guldens met fout F1 is vermoedelijk lager

dan $f \text{ 818.624,-}$.

De niet-ernstige fout F2 is eenmaal in de steekproef aangetroffen; de

goedkeurgrens bedroeg $k_0 = 1$, zodat de nulhypothese dat $p \leq 0,02$

was, niet verworpen behoeft te worden.

LITERATUUR

- (1) Dekkers A.C. en Kriens J., Misverstanden over het gebruik van steekproeven in de accountantscontrole, MAB 56 (1982) 177-192.
- (2) Kriens J., De methoden van De Wolff en Van Heerden voor het nemen van aselechte steekproeven bij accountantscontroles, Statistica Neerlandica 17 (1963) 215-231.
- (3) Kriens J. en Dekkers A.C., Steekproeven in de accountantscontrole, H.E.Stenfert Kroese B.V., Leiden/Antwerpen (1979).
- (4) NIVRA-geschriften, nummer 25, Accountantscontrole en steekproef, Kluwer, Deventer (1982).
- (5) Veenstra R.H. en Kriens J., Toepassen van steekproeven in de administratie en de interne controle door middel van het A.O.Q.L.-systeem, Bedrijfskunde 54 (1982/3) 252-262.

Drs. R.H.Veenstra, registeraccountant, geboren 1942.

Doctoraal examen economie 1966 en accountantsexamen 1970; beide aan de Universiteit van Amsterdam. Vennoot Nederlandse Accountants Maatschap, vice-voorzitter van de Commissie van Advies inzake Jaarverslaggeving (CAJ) van het NIVRA. Sinninghe-Damsté-prijs 1974. Van 1970 tot 1973 wetenschappelijk medewerker aan de accountantsopleiding van de Universiteit van Amsterdam.

Diverse publikaties in bundel Audite Auditores (1973), het M.A.B., De Accountant en Bedrijfskunde, betrekking hebbende op onder meer belastinglatenties, inhaalafschrijvingen, het gebruik maken van verklaringen van andere accountants en het toepassen van steekproeven in de administratie en de interne controle.

Professor drs. J.Kriens, geboren 1927.

Doctoraal examen wiskunde aan de Rijksuniversiteit te Leiden 1952. Werkzaam bij de Stichting Mathematisch Centrum te Amsterdam, 1953-1964. Sinds 1964 hoogleraar aan de Katholieke Hogeschool Tilburg, leeropdracht besliskunde. Vanaf 1962 wiskundig adviseur van de Nederlandse Accountants Maatschap. Auteur van onder andere het boek: 'Steekproeven in de accountantscontrole', samen met drs. A.C.Dekkers, R.A., en diverse artikelen betreffende dit onderwerp.

IN 1982 REEDS VERSCHENEN:

01. W. van Groenendaal	Building and analyzing an econometric model with the use of a hybrid computer; part I.	jan.
02. M.D. Merbis	System properties of the interplay model	jan.
03. F. Boekema	Decentralisatie en regionaal sociaal-economisch beleid	maart
04. P.T.W.M. Veugelers	Een monetaristisch model voor de Nederlandse economie	maart
05. F. Boekema	Morfologie van de "Wolstad". Over het ontstaan en de ontwikkeling van de ruimtelijke geleding en structuur van Tilburg.	april
06. P. van Geel	Over de (on)mogelijkheden van het model van Knoester.	mei
07. J.H.M. Donders, F.A.M. van der Reep	De betekenis van het monetaire beleid voor de Nederlandse economie, presentatie van een analyse aan de hand van een eenvoudig model	mei
08. R.M.J. Heuts	The use of non-linear transformation in ARIMA-Models when the data are non-Gaussian distributed	juni
09. B.B. van der Genugten	Asymptotic normality of least squares estimators in autoregressive linear regression models.	juni
10. J. Roemen	Van koetjes en kalfjes I	juli
11. J. Roemen	Van koetjes en kalfjes II	juli
12. M.D. Merbis	On the compensator Part I Problem formulation and preliminaries	juli
13. P. Slangen	Bepaling van de optimale beleidsparameters voor een stochastisch kasbeheersprobleem met continue controle	aug.
14. M.D. Merbis	Linear - Quadratic - Gaussian Dynamic Games	aug.

II

- | | | |
|---|--|-------|
| 15. P. Hinssen
J. Kriens
J. Th. van Lieshout | Een kasbeheermodel onder
onzekerheid | sept. |
| 16. A. Hendriks en
T. van der Bij-Veenstra | "Van Bedrijfsverzamelgebouw
naar Bedrijvencentrum" | okt. |
| 17. F.W.M. Boekema
A.J. Hendriks
L.H.J. Verhoef | Industriepolitiek, Regionaal
beleid en Innovatie | okt. |
| 18. B. Kaper | Stability of a discrete-time,
macroeconomic disequilibrium
model. | okt. |
| 19. P.F.P.M. Nederstigt | Over de toepasbaarheid van
het Amerikaanse 'Diagnosis
Related Group'-systeem in
Nederland | nov. |
| 20. J.J.A. Moors | Auditing and Bayes' Estimation | nov. |
| 21. J. Plasmans
H. Meersman | An Econometric Quantity Ratio-
ning Model for the Labour
Market. | nov. |
| 22. J. Plasmans
H. Meersman | Theorieën van de werkloos-
heid. | nov. |
| 23. B.B. van der Genugten | Een model ter beschrijving van
de ontwikkeling van de veestapel
in Nederland. | nov. |
| 24. F.A. Kense | De omzet/artikel concentratie-
curve als beleidsinstrument | nov. |
| 25. R.T.P. Wiche | Populaire wetten/specificatieve
wetten, oftewel
Over het ethisch en maatschap-
pelijk belang van een korrekte
interpretatie van generische
uitspraken | dec. |
| 26. J.A.M. Oonincx | Micro-computers, standaard-
pakketten, administratieve
gegevensverwerking en infor-
matieverzorging | dec. |

IN 1983 REEDS VERSCHENEN

- | | | |
|---|---|-------|
| 01. F. Boekema
L. Verhoef | Enterprise Zones.
Vormen Dereguleringszones een
adequaat instrument van regio-
naal sociaal-economisch beleid? | jan. |
| 02. R.H. Veenstra
J. Kriens | Statistical Sampling in Internal
Control Systems by Using the
A.O.Q.L.-System. | jan. |
| 03. J. Kriens
J.Th. van Lieshout
J. Roemen
P. Verheyen | Management Accounting and
Operational Research | jan. |
| 04. P. Meys | Het autoritair etatisme | jan. |
| 05. H.J. Klok | De klassieke politieke
economie geherwaardeerd | febr. |
| 06. J. Glombowski
M. Krüger | Unemployment benefits and
Goodwin's growth cycle model | febr. |
| 07. G.J.C.TH. van Schijndel | Inkomstenbelasting in een
dynamisch model van de onder-
neming | febr. |
| 08. F. Boekema
L. Verhoef | Local initiatives: local enter-
prise agency/trust, business in
the community | febr. |
| 09. M. Merbis | On the compensator, Part II,
Corrections and Extensions | febr. |
| 10. J.W. Velthuijsen
P.H.M. Ruys | Profit-non-profit: een wiskundig-
economisch model | febr. |
| 11. Arie Kapteyn
Huib van de Stadt
Sara van de Geer | The Relativity of Utility:
Evidence from Panel Data. | mrt. |
| 12. W.J. Oomens | Economische interpretaties van
de statistische resultaten van
Lydia E. Pinkham | mrt. |
| 13. A. Kapteyn
J.B. Nugent | The impact of weather on the
income and consumption of
farm households in India:
A new test of the permanent
income hypothesis? | april |
| 14. F. Boekema
J. van der Straaten | Wordt het milieu nu echt
ontregeld? | april |

IN 1983 REEDS VERSCHENEN (vervolg):

- | | | |
|---|--|-------|
| 15. H. Gremmen
Th. van Bergen | De universitaire economen
over het regeringsbeleid | april |
| 16. M.D. Merbis | On the compensator
Part III, Stochastic Nash and
Team Problems | april |
| 17. H.J. Klok | Overheidstekort, rentestand
en groeivoet; terug naar een
klassieke norm voor de over-
heidsfinanciën? | mei |
| 18. Diane Colasanto
Arie Kapteyn
Jacques van der Gaag | Two Subjective Definitions of
Poverty: Results from the
Wisconsin Basis Needs Study | mei |
| 19. R.C.D. Berndsen
H.P. Coenders | Is investeren onder slechte
omstandigheden en ondanks
slechte vooruitzichten zinvol? | mei |
| 20. B.B. v.d. Genugten
J.L.M.J. Klijnen | Een Markovmodel ter beschrij-
ving van de ontwikkeling van
de rundveestapel in Nederland | juni |
| 21. M.F.C.M. Wijn | Enige fiscale-, juridische-
en bedrijfseconomische aspec-
ten van goodwill | juni |
| 22. P.J.J. Donners en R.M.J. Heuts | Een overzicht van tijdsva-
riërende paramtermodelspecifi-
caties in regressieanalyse | juni |

Bibliotheek K. U. Brabant



17 000 01059445 6